SULLA RUOTA IDRAULICA A PALE CURVE OVVERO ALLA PONCELET DISSERTAZIONE...

Gennaro De Vivo

A MIO PADRE

TENUE PEGNO DI GRATITUDINE

> **Ma noi abbiamo nei nostri torrenti una maggiore, e più perenne forza motrice, che l'Inghilterra nelle sue miniere di carbone.**
>
> **CAVOUR** — ***Discorsi.***

I.

Una macchina non può mettersi in movimento, ed effettuare quindi un lavoro utile, se non quando agisce su di essa una potenza. Or tutto ciò, che è capace di sviluppare una potenza, dicesi, in generale, *motore*. L'acqua in moto costituisce uno dei più potenti motori gratuiti, dei quali l'uomo può disporre.

Ad utilizzare però la forza d'un motore qualunque, è d'uopo impiegare dei meccanismi, capaci di trasmetterla ad altri, agenti sulle resistenze utili. *Macchine motrici* diconsi i primi, e tra esse vanno annoverate le *Ruote idrauliche*, le quali perciò non sono, che macchine adatte a rapire e trasmettere la forza d'una caduta d'acqua.

Dalla equazione relativa alle macchine idrauliche in movimento

$$\frac{\Sigma m l_u}{\Sigma m g} = H - \frac{\Sigma m l_r}{\Sigma m g},$$

in cui Σm, H, g, l_u ed l_r rappresentano rispettivamente la

massa d'acqua, erogata nell'unità di tempo, la caduta, la gravità, il lavoro utile ed il resistente, rilevasi chiaramente, che, ad ottenere il massimo effetto dalle stesse, è d' uopo render minima la caduta perduta. Or questa perdita è dovuta principalmente alla perdita di forza viva, che per l'urto l'acqua subisce al suo arrivo sulla macchina, ed alla forza viva, che inutilmente conserva, allorchè l'abbandona, dovuta ad una velocità che ancor possiede. Dovrebbe quindi un *buon motore idraulico* soddisfare alle due condizioni: 1ª che l' acqua entri senza urto; 2ª che ne esca senza velocità.

Queste condizioni, alle quali non soddisfa, nè può mai pienamente soddisfare alcuna macchina idraulica, sono nel peggior modo verificate nella ruota a palette piane. D' altronde la semplicità di costruzione della stessa, il potersi ovunque stabilire, e muovere con grande velocità, l'esser le sole possibili, dove i declivi essendo leggerissimi, e le masse d'acqua abbondanti, riescono soprammodo dispendiose o impraticabili le opere necessarie a procurarsi cadute maggiori di 2^m, son vantaggi, i quali, anzichè abbandonarla addirittura, hanno spinti molti illustri idraulici a far delle ricerche intorno alla stessa, onde, perfezionandola, più adatta riuscisse a soddisfare alle esigenze della pratica. Il Poncelet meglio d'ogni altro ha risoluto il problema, e la sua ruota, della quale intendo parlare, a buon dritto porta il suo nome.

Siccome innanzi è detto, le condizioni necessarie ad ottener un buon motore idraulico sono: l'entrar dell'acqua in esso senza urto; l' uscirne senza velocità. Or egli è evidente, che, se l' acqua investisse tangenzialmente le palette, la 1ª condizione sarebbe soddisfatta, e che, se il 1° elemento delle stesse fosse tangente alla circonferenza esterna della ruota, la velocità relativa, con cui l'acqua ne uscirebbe, sarebbe direttamente op-

posta a quella di quest' ultima, e che per conseguenza, determinando convenientemente la velocità della ruota, potrebbesi adempire alla 2ª condizione.

Realizzò, fin quanto potevasi, questo concetto il Poncelet, ideando e costruendo la ruota, di cui vedesi nella fig. 1ª la sezione verticale, normale all'asse, modificando nel tempo stesso il profilo longitudinale del canale. Le pale son *curve*, e coi loro fianchi sono incastrate in due anelli o corone anulari parallele. Possonsi costruire o in legno o in ferro, sia fuso, sia laminato: nel primo caso si compongono di strette tavolette contigue le une alle altre; nel secondo sono d'un sol pezzo, ed allora si può fare a meno del suddetto incastro, adattandole invece su due orecchioni, rilevati ed inchiodati sulle corone. Quando non si volessero adoperare le corone, e riuscisse invece più acconcio usare dei sistemi di quarti, allora le pale curve saranno sostenute da piccole braccia di ferro, le quali con la loro parte inferiore vengono chiavardate sul corrispondente quarto, e sull'altra parte, che è più sottile e piegata secondo la curvatura delle pale, saranno chiodati i lati di queste. In questo caso pertanto è utile, affine di aumentare l'effetto utile, che le pale abbiano su ciascuno dei loro due lati curvi un risalto od orlo da 0m,65 a 0m,95, secondo il metodo del Morosi; ma è sempremeglio però di chiudere totalmente i loro fianchi con sottili lamine di ferro, che occupano poco spazio nella gora, e sostenute dalle pale stesse, e dai quarti.

Il fondo del serbatojo superiore M, sensibilmente orizzontale, è raccordato col fondo BC della gora, il quale è formato da un piano inclinato verso la ruota, ed il suo prolungamento sarebbe tangente ad un cerchio concentrico alla circonferenza esterna di questa, e termina nel punto, ove l'acqua incomincia ad entrare sulle pale. Indi, a partire da questo punto, è se-

guito da una superficie curva cilindrica di raggio un poco maggiore di quello della circonferenza esterna della ruota, ed alla quale si dà uno sviluppo un poco più grande dell'intervallo fra due pale consecutive. La inclinazione del fondo della gora suole essere ordinariamente $^1/_{10}$ della sua lunghezza, e lo scopo principale di quest'inclinazione si è quello di far riacquistare all'acqua quella parte di velocità, che sarebbe distrutta dall'attrito contro le pareti della gora. Questa inclinazione può, senza gravi inconvenienti, diminuirsi, quando, come per lo più accade, l'altezza dell'acqua nella gora è abbastanza grande, o quando la velocità della stessa è molto piccola. Per ottenere un maggior effetto da questa ruota, alle sue pale si deve assegnare una larghezza per lo meno eguale a quella della gora; ma è sempre meglio che ne sia un poco maggiore, ed a tal uopo si ricacciano nelle pareti laterali di questa degl'incavi circolari DEF (fig. 2.ª), destinati a ricevere una porzione delle pale e la grossezza delle corone, rimanendo però un certo spazio tra le corone e le nuove pareti. Per dare poi un facile e pronto scolo all'acqua nel canale di fuga KL, dopo che ha agito sulla ruota, si deve praticare un risalto o scaglione FK, alquanto al di là del piano verticale, che passa per l'asse della ruota, e propriamente in quel sito ove termina la parte circolare della gora. In questo sito sarà opportuno allargare la gora per facilitare maggiormente lo scolo.

In quanto alla chiusa DZ, bisogna che essa sia inclinata in avanti, in modo da ravvicinare, per quanto più è possibile, la luce di efflusso alla ruota, raggiungendo così lo scopo di diminuire la perdita di forza viva, che si produce nella gora. Giova collocare la cateratta D al di fuori, costruendola di una forte lastra di ferro fuso o laminato, e facendola muovere in due apposite scanalature, praticate nelle pareti laterali della gora: essa

serve a regolare convenientemente l'apertura dell'orifizio, che deve somministrare l'acqua alla ruota. La soglia di quest'orifizio è situata a livello del fondo del serbatojo, ed i due lati verticali sono nel prolungamento delle pareti di quest'ultimo, oppure queste pareti sono raccordate coi lati verticali dell'orifizio mediante pareti addizionali, arrotondate verso la parte interna del canale, in modo da render nulla, per quanto è possibile, la contrazione laterale.

II.

A stabilire la teoria della ruote a pale curve supporremo, che l'acqua uscendo dall'orifizio muovasi in direzione quasi tangente alla sua circonferenza esterna, di modo chè essendo il primo elemento delle pale anche tangente alla circonferenza medesima, sarà sensibilmente annullato l'urto dell'acqua al suo ingresso nella ruota. Ora nell'istante in cui l'acqua è per introdursi su di una pala, la velocità del primo elemento di questa, e la velocità dei filetti fluidi, hanno una medesima direzione, e perciò quella s'introdurrà su ciascuna di esse con una velocità relativa eguale alla velocità assoluta, che possiede in quell'istante, diminuita della velocità uniforme con cui gira la circonferenza esterna della ruota. Premendo dunque le pale, l'acqua s'eleverà su ciascuna di esse ad una altezza prossimamente eguale a quella che alla sua velocità relativa corrisponde, dimodochè, lo scaglione essendo praticato precisamente in quel punto, ove perverrà il fronte della pala, quando l'acqua su di questa si è elevata alla massima altezza, il fluido comincerà a discendere in senso contrario al movimento della ruota, e premendola di bel nuovo, ne uscirà in direzione della tangente al suo primo elemento, e con una velocità relativa presso a poco

eguale a quella con cui vi era entrata. In quanto alla velocità assoluta, che l'acqua conserva nell'uscir dalla pala, essa sarà eguale alla differenza fra la sopradetta velocità relativa e quella propria della ruota. Or perchè non vi sia perdita di forza viva, è d'uopo, siccome è noto, che una tal velocità assoluta sia nulla.

Ciò posto, chiamisi

V la velocità dell' acqua quando entra nella pala;

H l'altezza dovuta a questa velocità;

M la massa fluida, erogata nell' unità di tempo;

g la gravità;

v la velocità della circonferenza esterna della ruota;

Q la portata, ossia il volume della massa M.

Da quanto precede risulta, che la velocità relativa, con cui l'acqua s'eleverà sopra ciascuna pala, sarà eguale a $V-v$; l'altezza massima, a cui giungerà, sarà espressa da $\frac{(V-v)^2}{2g}$; e la velocità assoluta, che l'acqua conserva allorchè abbandona la pala, verrà rappresentata da $(V-v)-v=V-2v$. Questa velocità dovendo esser nulla, perchè si abbia il massimo effetto, sarà

$$V-2v=o \quad , \quad \text{donde} \quad v={}^1\!/_2 V.$$

Adunque ad ottener un tale effetto, bisogna che la ruota giri con una velocità eguale alla metà di quella della corrente.

D'altra parte dal principio dalle forze vive risulta, che la massima quantità di azione trasmessa a questa ruota, sarà teoricamente eguale a quella propria del motore; il che può anche dimostrarsi direttamente.

Infatti, supponiamo, che la ruota sia giunta allo stato di uniformità di movimento, in modo che sia costante la durata di un certo numero di giri. Essendo P il peso, corrispondente alla resistenza utile, la quantità d'azione di questa è rappresentata, in ogni unità di tempo, da Pv, e siccome si oppone

all'accelerazione del moto, così dev'essere sottratta da quella sviluppata dal motore, di cui l'espressione è MgH: sarà quindi MgH—Pv la quantità d'azione totale comunicata al sistema. Essendo poi V—2v la velocità, che l'acqua possiede, dopo che ha esercitato la sua azione sulla ruota, la sua forza viva, acquistata alla fine dell'unità di tempo, sarà $M(V-2v)^2$.

Dunque pel principio delle forze vive, s'avrà

$$M(V-2v)^2 = 2(MgH - Pv)$$

da cui

$$Pv = MgH - \frac{M(V-2v)^2}{2}$$

ovvero, essendo $V^2 = 2gH$,

$$Pv = 2M(V-v)v$$

Quest'equazione dà il lavoro teorico dello sforzo costante P, esercitato secondo la tangente alla circonferenza esterna della ruota, ovvero la quantità d'azione a questa trasmessa teoricamente in ogni unità di tempo. Il differenziale del secondo membro di questa ultima espressione, preso rispetto a v, uguagliato a zero, ci darà, pel voluto massimo effetto:

$$v = {}^1/_2 V.,$$

Sostituendo nella equazione

$$Pv = 2M(V-v)v$$

questo valore di v, sarà, come volevasi dimostrare,

$$Pv = \frac{MV^2}{2} = MgH$$

Essendo Q la portata del canale, ed essendo $g = 9^m,809$, sarà ancora Mg=1000Q. Sostituendo questo valore, s'avrà per una velocità qualunque v:

$$Pv = \frac{2000}{9,809} Q(V-v)v = 203,894\,Q(V-v)v,$$

e pel caso di v corrispondente al massimo effetto,

$$Pv = 1000QH$$

Ricavando da queste due ultime equazioni il valore di P, conosceremo, per l'uno e per l' altro caso, le corrispondenti pressioni, che nelle medesime circostanze, si esercitano all' estremità del raggio della ruota: pel primo caso avremo

$$P = 203,894\,Q(V-v)^{\text{chil.}}\;;$$

e pel secondo

$$P = \frac{MV^2}{V} = MV = 101,947\,QV.^{\text{chil.}}$$

Da quanto teoricamente si è esposto risulta: che la ruota di cui si parla produce un effetto doppio di quello, che teoricamente producono le ruote a palette piane, mosse di sotto, ed è il più grande possibile; 2° che lo sforzo, che su di essa si esercita, per una medesima velocità, è ancora doppio di quello, che si esercita su quest' ultime, ed è questo un vantaggio prezioso, quando si debbono vincere forti resistenze; 3° che infine, affinchè questa ruota produca il massimo effetto, è necessario che la sua circonferenza esterna giri con una velocità eguale alla metà di quella della corrente.

III.

La teoria ora esposta, oltre al considerare la massa d'acqua che entra nella ruota, ridotta ad un punto materiale, fondasi sopra condizioni praticamente impossibili a realizzarsi. Queste infatti richiedono: 1° che l' acqua s' introduca sulle pale senza urtarle; 2° che ne esca tangenzialmente al primo elemento delle stesse, ed in senso contrario al movimento della ruota. Evidentemente tali condizioni a vicenda si escludono. Imperocchè, per soddisfare alla prima, bisogna, che il primo elemento delle pale, abbia una certa inclinazione rispetto alla circonfe-

renza esterna della ruota; per adempire alla 2ª bisogna invece, che il sopraddetto elemento sia tangente alla circonferenza stessa.

Sia, ad esempio, *mn* un filetto della vena fluida (fig. 3), parallelo al fondo della gora: determiniamo la direzione del piano *nr*, contro cui esso non urti. A tale scopo, a partire dal punto *n*, ove il filetto incontra la circonferenza della ruota, si porti, nella direzione del suo movimento, una lunghezza *np* eguale alla velocità V del filetto, la quale poco differisce da quella, che è dovuta alla carica sull' estremità della luce di efflusso; per lo stesso punto si conduca la tangente alla circonferenza della ruota, e si prenda sù questa da *n* in *q* una lunghezza *nq* eguale alla velocità v della circonferenza: è chiaro che la retta *qp*, o la sua parallela *nr*, rappresenta la direzione del piano richiesto, ovvero la direzione del primo elemento della pala, poichè evidentemente le componenti normali di V e v sù di *nr*, rappresentate rispettivamente da *pp'* e *qq'*, sono eguali fra loro, e dirette nel medesimo senso. Or non è difficile vedere, che il valore dell'angolo *rnq* di un tal piano con la circonferenza esterna della ruota dipende: 1° dalla posizione speciale del filetto *mn* in una sezione verticale qualunque della vena; 2° dalla grandezza della circonferenza della ruota; 3° dal rapporto infine, che passa tra la velocità V e v.

Relativamente alla posizione del filetto fluido, è da osservarsi che, per una stessa ruota e per le stesse velocità V e v, l' angolo *rnq* è nullo pel filetto inferiore, confondendosi, in questo punto, la direzione della tangente alla circonferenza, con quella del filetto; al contrario è massimo, come chiaramente scorgesi, pel filetto superiore. Sia, ad esempio, una ruota di 5^m di diametro; supposta di $0^m,25$ l'altezza della vena fluida nel canale, questa abbraccerà un'arco della ruota di 25°,

e questo stesso valore avrà l'angolo *pnq*, corrispondente al filetto superiore. Ora, dato a v il valore $\frac{1}{2}$ V, corrispondente all'effetto massimo, e calcolato nel triangolo *pnq* l'angolo *npq*= *rnp*, si troverà prossimamente eguale a 22°, e quindi l'angolo *rnq* risulterà eguale a 47°. Egli è dunque tra 0 e 47°, che dovrà esser compreso l'angolo d'inclinazione media, il più convenevole al piano *nr:* se quest'angolo medio si pone eguale a 24°, si avrà, con molta approssimazione, l'inclinazione, che corrisponde al minimo urto. Adottando un tale angolo, possiam vedere direttamente, che la perdita di forza viva, prodotta dall'urto, è piccolissima rispetto alla forza viva totale, posseduta dall'acqua.

Infatti, sia *a* l'angolo *rnp*, che il filetto fluido *np* forma con la direzione *nr* del primo elemento della pala, per una sua posizione qualunque, e *b* l'angolo *rnq*, che forma la tangente *nq* con la pala medesima: Vsen*a*, v sen *b* saranno allora rispettivamente le componenti delle velocità V e v, normali al piano *nr*; e V sen.*a* — v sen*b* esprimerà la velocità perduta per cagione dell'urto. Inoltre, la forza viva perduta varia proporzionalmente alla quantità $(\mathrm{V\,sen.}a - \mathrm{v\,sen.}b)^2$, ed all'altezza dell'acqua nella gora, che urta direttamente il piano *nr*; quindi essendo M la massa d'acqua, erogata nell'unità di tempo, e supposto che questa massa urti la pala *nr* per tutta l'altezza, che essa ha nella gora, avremo che $\mathrm{M}\,(\mathrm{V\,sen}\,a - \mathrm{v\,sen.}\,b)^2$, sarà la massima forza viva perduta, corrispondente cioè al caso in cui il primo elemento della pala è a contatto col fondo della gora, essendone minore in ogni altra posizione. Se ora nella precedente espressione poniamo in luogo di *b* e v rispettivamente i valori 24° ed $\frac{1}{2}$ V, e se inoltre facciamo variare l'angolo $(b-a)$, ovvero *pnq* da zero fino al limite massimo 25°, si vedrà, che i suoi diversi valori sono compresi tra i limiti 0 e $0{,}05\mathrm{MV}^2$; in

altri termini la forza viva perduta per effetto dell'urto è, al massimo, $^1/_{20}$ della forza viva dell'acqua. Con molta approssimazione si può ritenere dunque, che la perdita media di forza viva sia minore di $^1/_2$ (0,05MV^2), giacchè le ipotesi precedenti sono invero sfavorevoli, non essendo, che raramente in pratica, di 25° l'arco abbracciato dalla vena.

Vediamo ora qual sia il valore della forza viva conservata dal fluido nell'abbandonar le pale, non potendosi queste, siccome si è detto, disporre tangenti alla circonferenza esterna della ruota, ma inclinate sotto un angolo, che riterremo eguale a 24°. A tale scopo osserviamo, che la velocità assoluta, con cui l'acqua abbandona le pale, è uguale alla risultante della velocità $v = {}^1/_2 V$ della ruota, e dell'altra, che l'acqua acquista nel discender dalle pale, e che poco differisce da quella della ruota. Calcolando con questi dati una tal velocità assoluta, si troverà essere eguale a 0,208V, ed in conseguenza la forza viva perduta sarà eguale ad

$$M(0,208V)^2 = 0,0433MV^2,$$

ossia $^1/_{25}$ circa della forza viva totale dell'acqua prima di agire sulla ruota. Sommando questa perdita di forza viva con quella, che si ha per l'urto, si vede che la somma difficilmente giungerà a 0,09 MV^2; quantità tenue rispetto alle perdite, che si hanno in ogni altro sistema di ruote. Tal perdita diminuisce col diminuire l'arco immerso nell'acqua, ed in tal caso può rendersi più piccolo di 24° l'angolo delle pale con la circonferenza.

Da ciò, che abbiam detto scorgesi quanto influisca siffatto angolo nella perdita di forza viva, che si ha sia nell'entrare, come nell'uscire dell'acqua dalla ruota. In generale quest'influenza è minore pel primo, che pel secondo caso, di guisa che meno inconvenienti si avranno facendolo più piccolo. Ma

siccome quando questo è più grande, minore è l'urto della parte inferiore o convessa delle pale, in senso contrario al movimento della ruota, e più facile è l'introduzione dell'acqua su di esse, così bisogna adottare un'inclinazione media la più conveniente, per il che è d'uopo far capo principalmente dall'esperienza. Per altro è presumibile, che la inclinazione media, che meglio risponde all'uopo, sia la metà di quell'angolo per cui l'urto è nullo nel momento, in cui il primo elemento della pala viene a contatto con l'acqua. Così, come abbiam veduto, se l'arco immerso è di 25°, l'inclinazione media sarà presso a poco di 24°.

Avuto riguardo a ciò, che precedentemente si è detto, ed all'equazione $V\text{sen}a - v\text{sen}b = o$; ossia $\text{sen}a - \frac{\text{sen}b}{2} = o$, che indica esser nullo l'urto normale alle pale, è facile vedere, che tale inclinazione media è alquanto inferiore all'angolo, corrispondente all'arco della ruota, abbracciato dall'acqua nella gora. Ora l'angolo, che a quest'arco corrisponde, è uguale all'angolo in E, formato dalla tangente alla circonferenza esterna, e dal filetto superiore PE (fig. 3.ª), ossia eguale all'angolo AES formato dal raggio AE, e dalla ES perpendicolare a PE; dunque per inclinazione media del primo elemento delle pale alla circonferenza esterna, si può prendere un angolo di poco inferiore ad AES.

In quanto alla curva o profilo delle pale sembra che esso sia fino ad un certo punto arbitrario: bisogna però, che esso rivolga la sua concavità alla corrente, e sia continuo, imperocchè, nel caso contrario, i piccoli e successivi cambiamenti bruschi di direzione dei filetti fluidi, darebbero luogo ad una perdita di velocità, e quindi di forza viva.

Relativamente all'altezza delle pale, ovvero alla larghezza delle corone, è da osservarsi, che deve esser tale, che l'acqua af-

fluente vi possa spegnere tutta la valocità dovuta alla carica. Altrove abbiam visto, che la velocità, con cui si eleva sopra le pale, è V—v, e l'altezza a cui arriva è prossimamente eguale a $\frac{(V-v)^2}{2g}$, che varia al variar della velocità v della ruota, e diviene massima cioè eguale a $\frac{V^2}{2g}$ per v=o, ossia quando la ruota non si muove. Quindi è che l'altezza delle pale deve eguagliare quella della caduta, nel caso che si volesse utilizzare tutta la velocità dell'acqua fin dal principio del movimento. Or siccome una tale altezza sarebbe troppo grande, così torna meglio di rinunziare ad una parte dello effetto della caduta nel principio del movimento della ruota; ed adottare invece un'altezza, che si stima la migliore nella più parte dei casi, eguale a quella dovuta alla velocità $v = \frac{1}{2} V$, che corrisponde all'effetto massimo, eguale cioè ad $\frac{1}{4} \frac{V^2}{2g}$., ossia che una tale altezza sarebbe il quarto della caduta totale.

Per le cadute maggiori di 2^m, per economia, è buono attenersi a quest'altezza, ma per quelle minori di 2^m si può senza inconvenienti adottare un'altezza eguale al terzo, e tal volta alla metà della caduta totale.

È da osservarsi però che l'altezza delle corone deve aver una convenevole proporzione con la portata, imperocchè è chiaro, che per una data luce e per una data velocità dell'acqua, una ruota di determinate dimensioni, ed animata dauna certa velocità, potrebbe non esser capace di ricevere tutta la massa fluida, che le giunge dall'orifizio. Epperò bisogna che la capacità della ruota sia determinata in modo da risultare, in tutti i casi, maggiore del volume d'acqua che dovrà contenere.

Siano r il raggio esterno della ruota, ed r' l'interno; a=r—r'

la larghezza delle corone; *l* la loro distanza interna. Il volume totale compreso tra le corone sarà $\pi(r^2-r'^2)\,l$, ed essendo v la velocità della circonferenza esterna, innanzi alla luce di efflusso si presenterà una porzione di questo volume espressa da

$$\pi(r^2-r'^2)\,l\,\frac{v}{2\pi r}\ ,\ \text{cioè}\ \frac{r^2-r'^2}{r}\ \frac{v}{2}\,l$$

ma per essere $r^2-r'^2=(r+r')\,(r-r')=(r+r')\,a=(2r-a)a$, quell'espressione diverrà

$$a\left(1-\frac{a}{2r}\right)vl.$$

Questa espressione dicesi *capacità delle pale per l' ammissione dell'acqua*, che come si vede è proporzionale alla velocità della circonferenza esterna. Per tener conto della spessezza delle pale, e perchè detta capacità sia maggiore del volume d'acqua da ammettere, il Poncelet l' ha ridotta ai $^6/_7$ del suo valore, cioè si ha

$$^6/_7\,a\left(1-\frac{a}{2r}\right)vl\ .$$

Dinotando ora con h l'altezza della luce di efflusso, ed essendo V la velocità della corrente, il volume d'acqua da immettersi è più piccolo di Vhl, perchè la spessezza della vena è minore di h, e la larghezza della luce ordinariamente è inferiore a quella della ruota; quindi al massimo s'avrà

$$^6/_7\,a\left(1-\frac{a}{2r}\right)Vlh\,,$$

da cui si avrà a quando le altre quantità son note.

Riguardo alla sezione delle pale nel senso perpendicolare all'asse della ruota, è buono, specialmente per la facilità di costruzione attenersi al seguente profilo.

Supposto determinata la larghezza delle corone, che dev'essere per lo meno eguale ad $^1/_4$ della caduta, si condurrà un rag-

gio qualunque A*n* della ruota, ed all'estremità *n* di questo raggio si condurrà la retta *no*, verso la parte della chiusa, che faccia un'angolo col raggio A*n* eguale, o poco minore dell'angolo AES formato dalla perpendicolare ES al filetto fluido superiore nella gora e dal raggio AE, nel punto d'incontro E della circonferenza col detto filetto. Sulla retta no si prenderà poi un punto o tale, che si trovi al disopra della circonferenza interna della corona per $^1/_6$ od $^1/_7$ della sua larghezza, e fatto centro il punto o, col raggio *on*, si descriverà l'arco *nt*, terminato alle due circonferenze, che limitano la corona: quest'arco sarà la direttrice della superficie concava di ciascuna pala.

Pel numero delle pale, la teoria non ci dà alcun mezzo per determinare un giusto intervallo fra due di esse consecutive; potranno perciò adottarsi le stesse norme stabilite per le ruote a palette piane; di modo chè per le ruote di 4^m o 5^m di diametro si potranno impiegare 36 pale, ed ove l'altezza dell'acqua nella gora sia piccola, per es. 0^m, 10, o 0^m, 15, oppure il diametro della ruota fosse più grande, se ne impiegherà un maggior numero.

Vediamo ora qual deve essere la posizione dello scaglione, col quale termina la gora, affinchè soddisfaccia alle condizioni teoriche. È chiaro che lo spigolo superiore di questo deve trovarsi precisamente in quel punto, ove arriverà l'estremità della pala, nell'istante in cui l'acqua comincia a sfuggire da essa. La determinazione *a priori* di un tal punto dipende dal tempo impiegato dall'acqua per salire e discendere lungo la pala, e dal cammino percorso dalla ruota durante lo stesso tempo; ma, ammesso pure che fosse conosciuta la legge del moto dell'acqua sulle pale, è sempre oltremodo difficoltosa, se non impossibile, una tale determinazione. Se supponiamo però la vena d'acqua come se fosse un filetto isolato, sarebbe facile vedere che,

essendo la ruota animata dalla velocità corrispondente al massimo effetto, il cammino percorso dalla stessa, nel tempo compreso tra l'entrata e l'uscita dell'acqua per ciascuna pala, è sempre più grande della metà dell'altezza, dovuta alla velocità V dell'acqua; avremo così un limite al di là del quale non bisogna praticare lo scaglione. Una tale supposizione pertanto in realtà non ha luogo, giacchè l'acqua s'introduce sulle pale a strati sottilissimi, che successivamente sovrapponendosi gli uni sugli altri, danno luogo a tale influenza fra loro, per cui vien alterato e il tempo e l'altezza di ascensione sulle pale. Si dovrà per conseguenza lo scaglione stabilire tanto più al di là del punto più basso della ruota, per quanto più grande è la carica, poichè detta distanza è quasi proporzionale alla carica. Insufficienti, come scorgesi, le predette condizioni, è utile, per la situazione dello scaglione tener presente quanto segue: 1.° lo scaglione non deve situarsi al di quà del punto più basso della ruota, perchè mentre una pala è giunta col suo fronte in C, nella pala, che si trova al di là di questo punto, ancora vi fluisce l'acqua; 2.° è buono situare lo scaglione un poco al di là del punto, in cui la pala comincia a scaricarsi dell'acqua, purchè sia circolare e concentrica alla ruota la porzione CF della gora, perchè con questa disposizione l'acqua si troverà racchiusa fra le pale da C in F, e lo spazio fra due pale consecutive sarà totalmente pieno, e quindi poca o niuna alterazione si avrà nell'altezza di ascensione, e nella velocità dell'acqua nell'uscir dalle pale; 3.° essendo in questo caso lo scaglione situato alquanto superiormente al punto infimo della ruota, vi sarà una perdita di effetto, la quale potrà eliminarsi coll'abbassare lo spigolo F, fino a tanto che non venga alterata l'altezza della caduta; 4.° finalmente che la porzione circolare CF della gora deve per lo meno essere eguale all'intervallo fra due pale consecutive.

Fissato con queste condizioni il sito dello scaglione, questo sarà formato da un piano inclinato, il quale sarà raccordato con una superficie curva FK tangente al fondo del canale inferiore KL. Le pareti laterali della gora si debbono far terminare fino al punto F, affinchè l'acqua, dopo aver agito, si possa spandere per tutta la larghezza del canale inferiore, facilitandosi nello stesso tempo lo scolo della medesima; e nel caso che le condizioni locali a ciò non si offrono, bisogna allargare il detto canale per quanto più è possibile. L'altezza a cui deve stabilirsi lo spigolo F dello scaglione dal fondo del canale di fuga, dipende dal regime dell'acqua, che in esso scorre; e quindi ciò, che a tale oggetto può dirsi, consiste nel situare tale spigolo per quanto meno si può al di sopra del livello delle acque durante il lavoro, acciò non venga diminuita la carica. Siccome questa ruota non ha l'inconveniente, che hanno le altre, di urtare cioè, o rialzare l'acqua, che le stà dietro, quando, come suol dirsi, trovasi affogata, così pare conveniente di stabilire lo spigolo F in prolungamento del pelo delle acque nel canale di fuga.

Notisi ancora che una pala si troverà del tutto vuotata, allorchè sarà giunta col suo fronte in un certo punto G (fig. 1ª) alquanto al di là dello scaglione F, e per questo motivo vi è una perdita di effetto, dovuta alla caduta dell'acqua fuori le pale. Or siccome il punto G trovasi a piccolissima distanza, e poco elevato su di F, specialmente quando il diametro della ruota è abbastanza grande, come per lo più accade, ne segue che la maggior parte dell'acqua, scaricandosi dalle palette molto vicino allo scaglione, la detta perdita di effetto sarà tenuissima rispetto all'effetto totale. Ma, se non si può del tutto annullare, per diminuire un tale inconveniente gioverà avvicinare il punto G al pelo dell'acqua nel canale di scarico. A tal uopo o si sta-

7<4

bilirà il punto F un poco al disotto del detto pelo, o s'inclinerà di più il fondo BC della gora per avvicinare all'orifizio il punto di contatto C del fondo BC colla circonferenza, o infine si darà la minima larghezza, ma sempre conveniente, alla parte circolare CF della gora.

IV.

Ciò che abbiam detto innanzi si riferisce alla prima disposizione, che il Poncelet adottò per la sua ruota. In seguito, guidato sempre dai principî teorici tendenti a trarre maggior vantaggio da tal ruota, ha successivamente arrecate ad essa delle modifiche, delle quali l'esperienza ha realmente constatato i buoni effetti.

Allorchè il fondo della gora è formato da un piano inclinato, alcuni filetti componenti la vena fluida, mentre la ruota gira, sfuggono tra il fronte della pala ed il fondo della gora, e non agiscono quindi sulle pale. Risulta da ciò, che la massa erogata M a capo di ciascun secondo, non ha interamente agito sulla ruota, e perciò non ha trasmessa a questa la sua intera quantità d'azione MgH. È questa una delle cause per cui l'effetto di tale ruota, e di tutte le altre a pale, mosse in gore a fondo piano, differisce dalla quantità d'azione totale impiegata MgH. Il Poncelet, ad evitare un tale inconveniente, ha reso curvo il fondo della gora per una certa lunghezza, rendendo così costante la massa fluida motrice.

Allorquando vuolsi che l'acqua entri nelle pale senza urtarle, si sà, che le componenti normali al primo elemento della pala della velocità V dell'acqua affluente, e della velocità v della ruota, debbono essere uguali fra loro e dirette nel medesimo senso; e perchè sia facile l'uscita dell'acqua dalle pale mede-

simo, abbiamo già visto, che il primo elemento di ciascuna di esse, bisogna che faccia un'angolo di 24° o 25° con la circonferenza esterna della ruota.

A questo scopo, si tiri pel punto E (fig. 4) una retta EL inclinata al raggio AE per un angolo di 25°: su questa retta sarà il centro di curvatura delle pale. Pel punto E poi si meni la tangente alla circonferenza esterna, e la perpendicolare Er ad EL; sulla tangente si prenda una lunghezza qualunque Eq, e dal punto q si meni la qM parallela ad Er. Preso il punto E come centro, e con un raggio eguale a 2Eq si descriva un'arco, che taglierà la qM in un punto p, e si unisca questo punto col punto E, mediante la retta Ep: questa è la direzione da darsi alla velocità dell'acqua affluente, affinchè entri sulle pale senza urtarle. Infatti facilmente si vede, che, dinotando con Eq la velocità v della circonferenza esterna, e con Ep la velocità V$=$2v dell'acqua affluente, le componenti di queste due velocità, normali ad Er, la quale indica la direzione del primo elemento della pala, sono eguali, poichè rispettivamente rappresentate da qq' e pp', ad evidenza eguali fra loro, e dirette nel medesimo senso. Dunque la velocità normale, con cui l'acqua raggiungerà la pala, sarà eguale alla velocità normale della pala nello stesso senso.

Determinata così la direzione E p del filetto fluido, questo incontrerà la circonferenza esterna sotto un certo angolo α, e nel raggiungere il primo elemento della pala nella posizione E non produrrà urto. Or se si vuole che lo stesso avvenga per tutti gli altri filetti componenti la vena fluida, i quali raggiungono la ruota con velocità presso a poco eguali, bisogua che tutti incontrino la circonferenza esterna sotto lo stesso angolo α; sicchè α sarà costante per tutti i filetti fluidi. Di leggieri si scorge, che ciò non si può ottenere adottando pel fondo un piano

parallelo ad E p; ma invece conviene una superficie, di cui il profilo nel senso della corrente sia una curva.

A raggiungere questo scopo il Poncelet ha messo a pruova diversi profili pel fondo della gora in linea curva. Il più conveniente è il seguente, che descriviamo, determinandolo nella ipotesi, che ogni normale al fondo sia nel tempo stesso normale a tutti i filetti fluidi, che essa incontra.

Sia E il punto di entrata del filetto fluido Ep sul primo elemento della pala; se dal punto E tiriamo su di Ep la normale EB, questa, per l'ipotesi fatta, sarà ancora normale al fondo della gora.

Inoltre, se si tira il raggio AE della ruota, l'angolo AEB sarà eguale all'angolo $pEq = \alpha$, formato dalla Ep e dalla Eq tangente alla circonferenza esterna. Se dal centro A poi abbassiamo su di EB la perpendicolare AB, questa avrà un valore costante, essendo eguale ad $AE \operatorname{sen} \alpha$. Conchiudesi da ciò, che ogni normale al fondo della gora, è tangente ad uno stesso cerchio, che ha per raggio AB. Dunque la curva cercata EFG, secondo la quale dev'essere conformato il fondo della gora, è una sviluppante di cerchio. È facile vedere infatti, che, essendo di tal forma il fondo, tutti i filetti, che lungo questo scorrono, costretti a seguirne il suo andamento, descriveranno delle curve parallele fra loro ed al fondo della gora, le quali, per essere altrettante sviluppanti di cerchio, incontreranno sotto uno stesso angolo la circonferenza esterna della ruota, ed in conseguenza le pale di questa.

Stabilito così il profilo del fondo della gora, si prenderà sulla circonferenza di raggio AB, a partire dal punto B, un'arco BC di lunghezza eguale all'altezza della luce d'efflusso, o della vena fluida nella gora, ed al punto C del cerchio BCZ si condurrà a questo la tangente CN, la quale incontrando la circonferenza

esterna della ruota in N, si determinerà così il punto, in cui questa circonferenza è incontrata dal filetto superiore. Al punto F poi si dovrebbe arrestare la parte curva del fondo della gora; ma per meglio assicurare la direzione voluta a tutti i filetti fluidi costituenti la vena, bisogna prolungare la suddetta parte curva al di là di F, verso sinistra, per un'arco FG di sviluppante di lunghezza almeno di 0^m, 20 a 0^m, 25.

Dal punto G poi incomincerà il raccordamento tra il fondo curvo della gora, e quello del canale d'arrivo. Si tirerà a tal uopo per G la tangente GC al cerchio BCZ, ed al punto G si eleverà a questa tangente la normale GH, che incontrerà il fondo HI in un punto H, ove si formerà un angolo GHI, che si dividerà in due parti eguali con la retta HK, la quale si prolungherà fino a che incontri in K la GC prolongata: allora col punto K come centro, e col raggio KG si descriverà un'arco, che definirà il raccordamento richiesto. Questo raccordamento dev'essere continuo ed abbastanza dolce, affinchè i filetti fluidi possano facilmente seguire l'andamento del fondo curvo.

Giova notare ancora, che tutti i filetti fluidi hanno velocità eguali immediatamente dopo la loro uscita dalla luce di efflusso, conformemente alla teoria dell'efflusso per luce, seguita da un canale scoperto; ma questa eguaglianza di velocità non si avvera più al momento in cui i detti filetti incontrano la circonferenza esterna della ruota. Se, per tener conto di questa ineguaglianza, si volesse modificare il delineamento del fondo della gora, il miglior partito sarebbe di determinarlo rispetto al filetto medio, invece di determinarlo rispetto all'inferiore.

A tal riguardo, pel punto medio di FN, ovvero della spessezza della vena fluida, si traccerà una sviluppante di cerchio di raggio AB, e nel punto, ove questa incontrerà la circonferenza, si ripeterà la medesima costruzione fatta pel punto E. S'otterrebbe

4

così un'altra curva sviluppante pel profilo del fondo della gora, corrispondente al filetto medio, e questa curva verrà adottata pel profilo del fondo della gora. Bisogna osservare ancora, che la spessezza della vena fluida è variabile con la caduta, e l'esperienza mostra, che dev'essere compresa tra 0^{m}, 20 a 0^{m}, 30 per le cadute inferiori ad 1^{m}, 50; e per le cadute maggiori di 2^{m}, può abbassarsi a 0^{m}, 15, ed anche fino a 0^{m}, 10.

Adottata la surriferita forma della gora, il risalto o scaglione sotto la ruota è, in questo caso, situato dalla parte sopracorrente rispetto al piano verticale, che passa per l'asse della ruota, ed è situato ad una distanza da questo piano tanto più grande, per quanto più grande è la carica, ed il raggio della ruota. Approssimativamente questa distanza può porsi eguale 0^{m}, 30 per le piccole cariche, e per le ruote di 1^{m}, 50 di raggio; e di 0^{m}, 40 o 0^{m}, 45 per le cariche di 1^{m} e più, e per raggi maggiori di 1^{m}, 50.

Fissato così il sito D dello scaglione, si taglierà a partire da D un'arco di cerchio DE, concentrico alla circonferenza della ruota, e che sia di circa 0^{m}, 05 maggiore dell'intervallo fra due pale consecutive.

V.

Dopo di aver parlato della teoria, che riguarda le ruote ideate dal Poncelet, e dopo di averne data una sommaria descrizione, mi resta riferire le conchiusioni, che dai risultati di molte e svariate esperienze, si son tratte relativamente ai vantaggi pratici, che tali ruote offrono.

I primi esperimenti del Poncelet, relativi al primo delineamento da esso adottato, furono eseguiti su d'una ruota di 0^{m}, 50 di diametro; in seguito sperimentò su d'una ruota più gran-

de. I risultati, sempre favorevoli, offrirono le seguenti conseguenze.

1.° Il rapporto tra l'effetto utile ed il lavoro assoluto del motore, in media, può ritenersi eguale a 0, 60 (1).

2.° Il rapporto $\frac{v}{V}$ della velocità della circonferenza esterna della ruota, alla velocità dell'acqua affluente, la quale è dovuta alla carica sul centro dell'orifizio, dev'essere eguale a 0,55 per ottenere il massimo effetto, e non già 0,50, come dalla teoria risulta.

3.° È indispensabile lo scaglione sotto la ruota a pale curve per lo sgorgamento dell' acqua, e bisogna farlo d'una altezza tanto più grande, quanto più grande è il volume d'acqua da scaricarsi.

4.° L'altezza dello scaglione, collocato a livello delle acque sottocorrenti, al di sopra del fondo del canale di fuga, non deve mai esser minore di $0^m,30$ a $0^m,40$, ed allorchè non vi sono inconvenienti o difficoltà di costruzione, bisogna che tale altezza eguagli la profondità del canale.

Dalle esperienze poi, fatte su d'una ruota, stabilita in gora a sviluppante di cerchio risulta, quanto segue:

1.° Adottando pel fondo della gora e per le pale curve i nuovi profili, si diminuiscono grandemente, se non si annullano del tutto, gli effetti dell'urto dell'acqua, quando questa s'introduce sulle pale, e nel tempo stesso si ha il vantaggio di facilitare la sua ammissione, e la sua circolazione.

2.° Con queste disposizioni, con una diligente esecuzione, e con sufficiente momento d'inerzia, la ruota ha acquistato la proprietà, di cui prima mancava, di muoversi con velocità abba-

(1) Questo rapporto nelle ruote a palette piane è compreso tra 0,25 a 0,30, e non raggiunge mai il limite 0,50.

stanza lontane, in più ed in meno, senza che l'effetto utile si fosse abbassato di molto dal suo valor massimo.

3.° Il rapporto tra l'effetto utile ed il lavoro motore può, in media, ritenersi eguale a 0,65, per le ruote ben delineate e bene disposte.

4.° L'effetto utile cresce col crescere le altezze della luce di efflusso; e le altezze da $0^m,20$ a $0^m,25$ sembrano le più vantaggiose, quantunque il delineamento della gora a sviluppante di cerchio deve farsi per l'altezza di $0^m,15$ per non situare la soglia dell'orifizio in un sito troppo elevato. Bisogna però che le corone abbiano tali proporzioni, che la capacità, che la ruota offre per l'ammissione dell'acqua, sia almeno il doppio del volume di questa, essendo la velocità eguale a quella del massimo effetto; e se la ruota deve immergersi nell'acqua, bisogna che la detta capacità sia ancora più grande.

5.° La velocità della circonferenza esterna della ruota dev'essere 0,50 o 0,55 di quella che è dovuta alla carica sullo spigolo superiore dell'orifizio, o meglio, all'altezza tra il livello del liquido nel serbatojo ed il punto d'incontro del filetto medio con la circonferenza della ruota.

6.° Per una stessa carica e per una stessa altezza d'orifizio, la ruota dà un'effetto utile quasi lo stesso, sia quando è situata a $0^m,12$ al di sopra del livello dell'acqua sottocorrente, sia quando è immersa da $0^m,20$ a $0^m,25$.

7.° Bisogna determinare il raggio della ruota, e la larghezza delle corone in modo, che per una velocità della circonferenza poco differente da $v=0,55V$, la larghezza delle corone uguagli la metà del raggio, e che questo sia tale, che il rapporto della capacità offerta dalle pale al volume massimo d'acqua spesa, sia 1,50 nel caso dei corsi d'acqua, soggetti a piccoli accrescimenti, e 2 pei corsi d'acqua, soggetti a grandi accrescimenti.

z
M
p'
p